## ПЪРВИ КЛАС

**7. Отг. 5.** За посочен верен отговор се присъждат (**2 точки**). Задачата може да се реши с изчерпване на възможностите. За всеки описан случай се присъжда по (**1 точка**), но не повече от (**8 точки**), ако липсва верният отговор.

*Забележка*. Тази задача е трудна за оценяване. В зависимост от представените решения проверяващият може индивидуално да прецени крайната оценка, която не може да надвишава 8 точки, ако липсва верният отговор.

| **1.** | **2.** | **3.** | **4.** | **5.** | **6.** | **7.** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **D** | **C** | **C** | **D** | **B** | **6** | **5** |

## ВТОРИ КЛАС

**7. Отг. 9.** Броят на момчетата ще бъде най-малко, ако до всяко момиче има точно едно момче. (**2 точки**)

Това се случва, когато подреждането е: 1 момче, 2 момичета, 1 момче, 2 момичета и т.н. (**2 точки**)

Такова подреждане е на групи по трима и можем да направим 8 групи, т.е.

$$3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 24.$$ (**2 точки**)

Тъй като във всяка група има по едно момче, момчетата общо са най-малко 8. (**1 точка**)

Последният ученик (двадесет и петият) не може да е момиче, защото тогава биха се подредили три момичета едно до друго, което противоречи на условието. Заключаваме, че двадесет и петият трябва да е момче и следователно момчетата стават най-малко 9. Деветото момче се намира до някое друго момче. (**3 точки**)

| **1.** | **2.** | **3.** | **4.** | **5.** | **6.** | **7.** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **A** | **D** | **C** | **E** | **D** | **1** | **9** |

## ТРЕТИ КЛАС

**7. Отг. 9.** Задачата може да се реши с метода на пробите (наричан още метод на изчерпването). Съставяме следната таблица:

| чували от 13 кг | | остават | проверяваме дали числото е от таблицата за умножение по 9 | чували от 9 кг |
|---|---|---|---|---|
| брой | кг | кг | | брой |
| 1 | 13 | 93 – 13 = 80 | 80 не е от таблицата | няма решение |
| 2 | 26 | 93 – 26 = 67 | 67 не е от таблицата | няма решение |
| **3** | **39** | **93 – 39 = 54** | **54 е от таблицата** | **54 : 9 = 6** |
| 4 | 52 | 93 – 52 = 41 | 41 не е от таблицата | няма решение |
| 5 | 65 | 93 – 65 = 28 | 28 не е от таблицата | няма решение |
| 6 | 78 | 93 – 78 = 15 | 15 не е от таблицата | няма решение |
| $\geq 7$ | $\geq 91$ | 93 – 91 = 2 < 9 | числата са по-малки от 9 | няма решение |
| **ОБЩИЯТ БРОЙ ЧУВАЛИ Е 3 + 6 = 9** | | | | |

За даден верен отговор 9 (**4 точки**). За пълно отхвърляне на всички невъзможни случаи, което води до верния отговор (**6 точки**). Ако са отхвърлени само няколко случая – по (**1 точка**) за всеки случай, но не повече от (**4 точки**) дори при липса само на един неизследван случай.

| **1.** | **2.** | **3.** | **4.** | **5.** | **6.** | **7.** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **C** | **D** | **A** | **E** | **B** | **24** | **9** |

## ЧЕТВЪРТИ КЛАС

**7. Отг. 9.** Нека изпетите песни са $x$. Тогава всички участия на четирите момичета са $3x$. (**1 точка**).

От друга страна, от условието следва, че всяка измежду Линка и Маня е изпяла 6 или 7 песни (числата 6 и 7 са между 5 и 8). (**1 точка**)

Ако едната е участвала в 6 песни, а другата в 7, общият брой на изпетите песни би станал $5+6+7+8=26$. Но 26 не е от таблицата за умножение по 3, т.е. не е от вида $3x$ и следователно този случай отпада. (**2 точки**)

Ако двете са участвали в по 6 песни, то общият брой на изпетите песни би станал $5+6+6+8=25$, което също не е от таблицата за умножение по 3, т.е. не е от вида $3x$. И този случай отпада. (**2 точки**)

Ако двете са участвали в по 7 песни, то общият брой на изпетите песни става $5+7+7+8=27$ и сега 27 се дели на 3. Това е единствената възможност. От условието $3x=27$ намираме $x=9$, т.е. броят на изпетите песни е 9. (**2 точки**)

За да бъде пълно решението на тази задача, трябва да се посочи реализация. Да означим четирите момичета с първите букви на техните имена. Една възможна реализация е следната:

| | | | |
|---|---|---|---|
| КЛМ | КЛН | КМН | ЛМН |
| КЛМ | КЛН | КМН | |
| КЛМ | | | |
| КЛМ | | | |

Вярна реализация се оценява с (**2 точки**).

| 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | 6. | 7. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **C** | **D** | **A** | **E** | **D** | **1** | **9** |

## ПЕТИ КЛАС

**7. Отг. 0.** Ако използваме признака за делимост на 9, достатъчно е разгледаме сбора от цифрите на многоцифреното число, образувано по посочения начин. (**1 точка**)

От друга страна, всеки девет последователни естествени числа дават 9 различни остатъка при деление на 9. Сборът от остатъците при деление на 9 на 9 последователни естествени числа е $0+1+2+3+4+5+6+7+8=36$, което се дели на 9. **Следователно сборът на всеки 9 последователни числа се дели на 9**. (**5 точки**)

Числото 234 се дели на 9, защото сборът от цифрите му се дели на 9. Следователно броят на записаните естествени числа се дели на 9. (**2 точки**)

Тъй като 234 : 9 = 26, записаните числа могат да се разделят на 26 групи с по 9 последователни естествени числа. Съгласно доказаното сборът на числата във всяка група се дели 9, а следователно и сборът на всичките 234 естествени числа се дели на 9. (**2 точки**) Окончателно заключаваме, че сборът от цифрите на записаното многоцифрено число се дели на 9 и следователно остатъкът от делението на 9 на това число е равен на 0.

| 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | 6. | 7. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **C** | **D** | **D** | **D** | **B** | **15** | **0** |

## ШЕСТИ КЛАС

**7. Отг. 28 cm$^2$.** Да забележим, че сборът от периметрите на правоъгълниците *B* и *C* е равен на периметъра на квадрата. (**3 точки**)

Тогава дължината на страната на квадрата е $\frac{18+22}{4}=\frac{40}{4}=10\,\text{cm}$. (**1 точка**)

Ако *x* и *y* са размерите на *B*, то $x+y=\frac{18}{2}=9$ и $x.y=18$. (**1 точка**)

Тъй като размерите на правоъгълника *C* са $10-x$ (**1 точка**) и $8-y$ (**1точка**), то лицето му е $(10-x)(10-y)=100-10(x+y)+xy=100-10.9+18=28\,\text{cm}^2$. (**3 точки**)

| 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | 6. | 7. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **A** | **C** | **D** | **B** | **C** | **24** | **28 cm$^2$** |

## СЕДМИ КЛАС

**7.** Нека лицето на правоъгълника е *S*. Общата част на двата триъгълника *ABE* и *BCF* е четириъгълникът *KBNM*. (**2 точки**)

Тъй като височината към страната *AB* на триъгълника *ABE* е равна на страната *BC* на правоъгълника, то $S_{ABE}=\frac{AB.BC}{2}=\frac{1}{2}S$. (**2 точки**)

Аналогично височината към страната *BC* в триъгълника *BCF* е равна на страната *AB* на правоъгълника и $S_{BCF}=\frac{BC.AB}{2}=\frac{1}{2}S$. (**2 точки**)

Сборът от лицата на черните части на правоъгълника и лицата на триъгълниците *ABK* и *MNE* е $\frac{1}{2}S$. (**2 точки**) Ако $S_{ABK}=T_1$ и $S_{MNE}=T_2$, то сборът от лицата на черните части на правоъгълника е $\frac{1}{2}S-T_1-T_2$.

В същото време общата част на триъгълниците *ABE* и *BCF* е $S_{ABE}-T_1-T_2=\frac{1}{2}S-T_1-T_2$ (**2 точки**), с което задачата е решена.

| 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | 6. |
|---|---|---|---|---|---|
| **A** | **C** | **E** | **D** | **B** | **43** |