

Национален кръг на „Европейско кенгуру“

3 юни 2017 г.

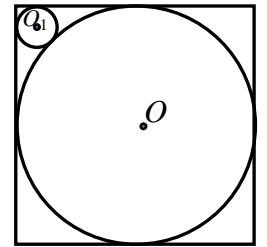
ТЕМА за 9 – 10 клас

Първите 5 задачи са с избираем отговор. След всяка от тях има посочени 5 отговора, от които само един е верен. Шестата задача е със свободен отговор, а за седмата трябва да се опише решението. За даден верен отговор на първите 6 задачи се присъждат 5 точки. Седмата задача се оценява с 0–10 точки. Не се разрешава ползването на калкулатори или таблици.

ВРЕМЕ ЗА РАБОТА: 75 минути. Пожелаваме Ви успех!

1. Кръг $k(O)$ е вписан в квадрат. Кръг $k_1(O_1)$ се допира до k и до две съседни страни на квадрата. Отношението на лицата на k_1 и на квадрата е:

- А) $\frac{\pi}{4}(17-12\sqrt{2})$ В) $\frac{\pi}{2}(17-12\sqrt{2})$ С) $\frac{\pi}{4}(17+12\sqrt{2})$
 Д) $\frac{\pi}{4}(3-2\sqrt{2})$ Е) $\frac{\pi}{2}(3-2\sqrt{2})$



2. Да се намерят стойностите на параметъра p , за които поне една точка $M(x, y)$, чиито координати в правоъгълна координатна система изпълняват условието $x^2 + y^2 = 4$, лежи върху правата $x + y = p$.

- А) $p = \pm 2\sqrt{2}$ В) $p \in [-2\sqrt{2}; 2\sqrt{2}]$ С) $p \in [-2\sqrt{2}; 0) \cup (0; 2\sqrt{2}]$
 Д) $p \in (-\infty; -2\sqrt{2}] \cup [2\sqrt{2}; +\infty)$ Е) $p \in [-2\sqrt{2}; 0] \cup (2\sqrt{2}; +\infty)$

3. Две квадратчета в таблицата 4 x 4 са съседни, ако имат обща страна или общ връх. Поставете звездички в празните квадратчета (не е задължително във всички) така, че всяко от числата в таблицата да показва точния брой звездички в квадратчетата, които са съседни на квадратчето с това число. Като имате предвид примера по-долу, намерете колко звездички трябва да се поставят в таблицата 4 x 4.

1			
2	3	3	
	2		1
		0	

		1
★	3	★
1	3	★

- А) 2 В) 3 С) 4
 Д) 5 Е) 6

4. Каква е вероятността произволно избрана редица от седем последователни естествени числа, не по-големи от 2017, да има свойството: първото число да се дели на 1, второто на 2, третото на 3, четвъртото на 4, петото на 5, шестото на 6 и седмото на 7?

- А) $\frac{1006}{2011}$ В) $\frac{1}{2}$ С) $\frac{289}{2011}$ Д) $\frac{5}{2011}$ Е) $\frac{4}{2011}$

5. Колко от едночлените в нормалния вид на многочлена $(\sqrt[3]{x} + \sqrt[5]{x})^{40}$ са рационални?

- А) 2 В) 3 С) 11 Д) 15 Е) 20

6. Намерете остатъка от делението на сбора $993^{2017} + 2^{2026}$ с числото 2017.

7. Даден е четириъгълник $ABCD$, в който $\angle ACB = \angle ADB$. Диагоналите му AC и BD са взаимноперпендикулярни и се пресичат в т. O . Точките M и E са петите на перпендикулярите съответно от точките D и C към AB . Правите MO и BC се пресичат в точка Q , а правите EO и AD се пресичат в точка P . Ако $DQ : CQ = \sqrt{3}$, намерете мярката на $\angle CPQ$.